

名古屋大学全学教育科目
経営学(文系基礎科目)

資本市場と証券投資の理論 ～金融工学の基礎～

中島英喜

名古屋大学大学院経済学研究科
(finance.mpt@gmail.com)

4. 投資の意思決定

4.1 期待効用最大化原理

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.1 期待効用最大化原理

4.1.1 サンクトペテルスブルグのパラドクス

- ・18世紀初頭にベルヌーイが提起し、従兄弟のベルヌーイがサンクトペテルスブルグ滞在中に解答
 - ⇒**コイン・トス**の結果によって一定の報酬が支払われる賭けを考える
 - ⇒報酬は、最初に表が出た時に**1度だけ**支払われる
 - ⇒報酬額 x は **2^n** (万円)で予め定められている(n は最初に表が出るまでのトス回数)
 - ⇒この賭けの主催者は、**参加料** P (円)を幾らに設定するべきか?

「経営学」資料(中島英喜)

3

4.1 期待効用最大化原理

4.1.1 サンクトペテルスブルグのパラドクス

- ・前頁の賭けの報酬の**期待値** $E(x)$ を計算してみよう
 - ⇒ $E(x) = (0.5 \times 2^1) + (0.5^2 \times 2^2) + (0.5^3 \times 2^3) + \dots$
 $= 1 + 1 + 1 + \dots$
 $= \infty$ (万円)
 - ⇒**平均的**に損をしないためには、参加料を限りなく大きくしなくてはならない!
 - ⇒誰も参加しない
 - ⇒この賭けは開催されない(市場から**消滅**する)はず
 - ⇒本当?

「経営学」資料(中島英喜)

4

4.1 期待効用最大化原理

4.1.1 サンクトペテルスブルグのパラドクス

・お客(参加者)の立場で考えてみよう

⇒前頁で見たように、参加者が手に入れることができる報酬の期待値は無限大(→嬉しい！)

⇒すなわち、参加料が有限である限り、どんなに巨額の参加料(例えば100万円)を支払っても、差し引き収益はプラス無限大になる

⇒では、参加料が有限であれば、それがどんなに巨額でも参加者は殺到するだろうか？

⇒あなたならどうする？(参加料が一定額を超えると参加を見送るのでは?)

「経営学」資料(中島英喜)

5

4.1 期待効用最大化原理

4.1.1 サンクトペテルスブルグのパラドクス

・差し引き収益の期待値が無限大なのに、なぜあなたは参加しないのか？

⇒不確実な利益の魅力は、その期待値がどんなに大きくても、確実な損失(参加料)の嫌悪感を埋め合わせることができないことがある

⇒不確実な利益の魅力は、その期待値が大きいほど高まり、その不確実性が大きいほど低くなる傾向がある

⇒この関係を用いて、不確実な利益の魅力を計量できるのではないかな？

「経営学」資料(中島英喜)

6

4.1 期待効用最大化原理

4.1.2 個人の効用と期待効用関数

- ・**選好関係**

⇒代替的な選択肢(A,B,...)に対する個人の好き／嫌いが整然としている人の「**好き／嫌い**」の関係

⇒個人によって異なる

- ・**効用関数**

⇒個人の選好関係が一定の条件を満たす場合、各選択肢の好ましさを**得点化**できる

⇒この選択肢の得点化を効用関数という

⇒個人によって異なる

「経営学」資料(中島英喜)

7

4.1 期待効用最大化原理

4.1.2 個人の効用と期待効用関数

- ・**フォンノイマン=モルゲンシュテルン効用関数**

⇒選好関係が状態に依存しない人の効用関数

⇒「どんなことがあってもAよりBの方が好ましい」

- ・**期待効用仮説**

⇒不確実性のある選択肢の選好関係を、状態に依存しない効用関数の期待値を用いて表現できるという仮説

- ・**期待効用最大化原理**

⇒フォンノイマン=モルゲンシュテルン効用関数を持つ人は、その人の期待効用を最大化するように行動する

「経営学」資料(中島英喜)

8

4.1 期待効用最大化原理

4.1.3 効用関数とリスク選好

- ・保有資産の総額 w （富，総予算）の効用関数 $u(w)$ を考える

⇒**平面**上に描くことができる（横軸 w ，縦軸 u ）

⇒ $u(w)$ の**形状**は個人毎に異なる

⇒一般に，富が増えるほど**効用**は高まると考えられる

$$u'(w) > 0$$

⇒一般に，富が増えるほど1円の有難味（**限界効用**）は減少していくと考えられる

$$u''(w) < 0$$

「経営学」資料（中島英喜）

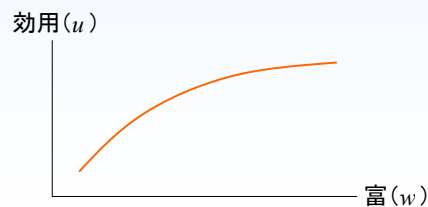
9

4.1 期待効用最大化原理

4.1.3 効用関数とリスク選好

- ・一般的な効用関数の**形状**

⇒短調増加（右上がり）の凹関数（上に凸）



⇒個人の**リスク選好**は，この効用関数の形状と関係があるのだろうか？

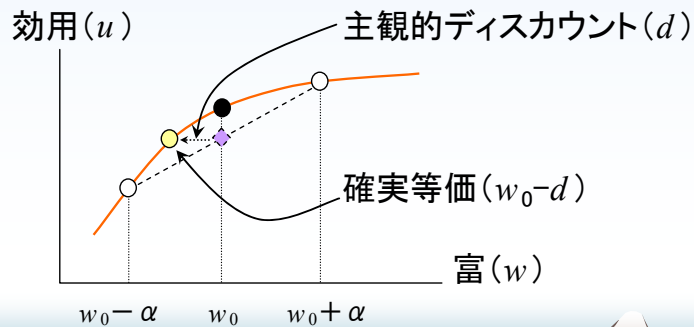
「経営学」資料（中島英喜）

10

4.1 期待効用最大化原理

4.1.3 効用関数とリスク選好

- 一般的な効用関数の形状(前頁参照)を持つ人は
リスク回避的である



「経営学」資料(中島英喜)

11

4.1 期待効用最大化原理

4.1.3 効用関数とリスク選好

- リスク回避的でない人の効用関数の形状は?
 - ⇒ **リスク愛好的**な人…凸関数(下に凸)
 - ⇒ お金持ちになればなるほど1円の価値が高まる(ケチになる)人
 - ⇒ **リスク中立的**な人…直線
 - ⇒ 所有資産の大きさによらず, 1円の価値が常に一定の人(⇒ お金持ちになっても太っ腹にならず, 貧乏になってもケチケチしない)
 - ⇒ 個人のリスク回避性を**仮定**する根拠が理解できる

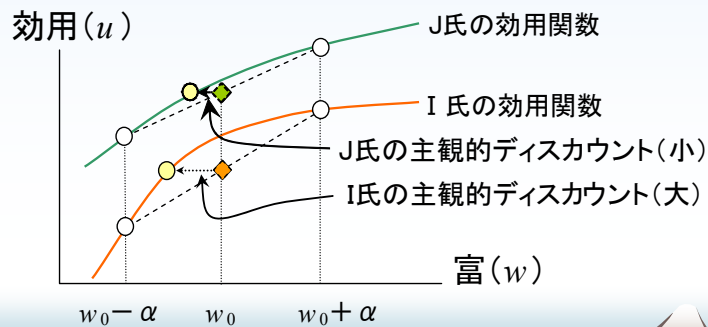
「経営学」資料(中島英喜)

12

4.1 期待効用最大化原理

4.1.4 効用関数とリスク回避度

- ・効用関数が上に凸である場合、**曲率**が大きい人ほどリスク回避的で、大きなディスカウントを要求する



「経営学」資料(中島英喜)

13

4.1 期待効用最大化原理

4.1.5 一期間の投資問題

- ・期待効用関数の近似表現(その1)

⇒期末の支払い(w)が不確実な選択肢が複数ある

→①トヨタの株式を100株購入、②日産の株式を・・・、③・・・

→ k 番目の選択肢の**期末の支払い w_k は確率変数**

⇒ j さんが n 番目の選択肢を選んだ時の**期待効用関数**

$U_j(n)$ は次のように表される

$$U_j(n) = E[u_j(w_n)]$$

$$\approx E(w_n) - [\lambda_j \times \text{var}(w_n)] \div 2$$

「経営学」資料(中島英喜)

14

4.1 期待効用最大化原理

4.1.6 リスク回避度の逆算

- ・下記のくじ($n=1$)の購入価格の上限は?

⇒50%の確率で100万円、50%の確率で50万円受け取る
_____万円(個人によって異なる)

- ・このくじの賞金 w_1 の期待値 $E(w_1)$ と分散 $\text{var}(w_1)$

$$\Rightarrow E(w_1) = [0.5 \times ____] + [0.5 \times ____] = ____ \text{万円}$$

$$\begin{aligned} \text{var}(w_1) &= [0.5 \times \{____ - E(w_1)\}^2] \\ &\quad + [0.5 \times \{____ - E(w_1)\}^2] = ____ \text{万円}^2 \end{aligned}$$

「経営学」資料(中島英喜)

15

4.1 期待効用最大化原理

4.1.6 リスク回避度の逆算

- ・前頁の数値を前々頁の近似式に代入すると・・・

⇒あなたにとって、くじ($n=1$)の期待効用は

$$\begin{aligned} U_{\text{あなた}}(1) &= 0.5 \times \{u_{\text{あなた}}(100\text{万円})\} + 0.5 \times \{u_{\text{あなた}}(50\text{万円})\} \\ &\doteq E(w_1) - [\lambda_{\text{あなた}} \times \text{var}(w_1)] \div 2 \\ &= ____ - \lambda_{\text{あなた}} \times ____ \div 2 \end{aligned}$$

⇒上限価格の現金_____万円($n=0$)の(期待)効用は

$$\begin{aligned} U_{\text{あなた}}(0) &= 1 \times \{u_{\text{あなた}}(____ \text{万円})\} \\ &\doteq E(w_0) - [\lambda_{\text{あなた}} \times \text{var}(w_0)] \div 2 \\ &= ____ (\text{単位はない}) \end{aligned}$$

「経営学」資料(中島英喜)

16

4.1 期待効用最大化原理

4.1.6 リスク回避度の逆算

・価格の上限と言うことは・・・

$$\Rightarrow U_{\text{あなた}}(1) \text{ — } U_{\text{あなた}}(0)$$

⇒したがって・・・

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{あなた}} &\doteq \{E(w_1) - E(w_0)\} \div \text{var}(w_1) \times 2 \\ &= \text{ — } \div \text{ — } \times 2 \\ &= \text{ — } (\text{単位なし: 次元は万円の逆数})\end{aligned}$$

「経営学」資料(中島英喜)

17

4.1 期待効用最大化原理

4.1.7 最適な株式投資額

・TOPIXに連動する投資信託の最適購入額

⇒まず、この投資信託のCFの期待値と分散を推定

⇒推定方法はいろいろ・・・過去の月間実績によると

	平均	標準偏差	自己相関
Total Return	0.59%	5.03%	0.06
Capital Return	0.49%	5.03%	0.06
Income Return	0.10%	0.14%	-0.12

「経営学」資料(中島英喜)

18

4.1 期待効用最大化原理

4.1.7 最適な株式投資額

- ・前頁の投資信託を Q 万円購入して1カ月後に売却する選択肢($n=2$)と、何もしない選択肢($n=0$)を比較

⇒あなたにとって、選択肢 $n=2$ の期待効用は?

$$U_{\text{あなた}}(2) \doteq E(w_2) - [\lambda_{\text{あなた}} \times \text{var}(w_2)] \div 2 \\ = (Q \times \underline{\hspace{2cm}}) - \{\lambda_{\text{あなた}} \times (Q \times \underline{\hspace{2cm}})^2 \div 2\}$$

(※ヒント: 標準偏差 = $\sqrt{\text{分散}}$)

⇒あなたにとって、選択肢 $n=0$ の期待効用は?

$$U_{\text{あなた}}(0) \doteq \underline{\hspace{2cm}} \quad (\text{単位なし} \rightarrow \text{疑問: リスク中立になるのでは?})$$

「経営学」資料(中島英喜)

19

4.1 期待効用最大化原理

4.1.7 最適な株式投資額

- ・前頁の投資信託の最適購入額(Q^*)

⇒最適性の一階条件(FOC)

$$\partial \{U_{\text{あなた}}(2) - U_{\text{あなた}}(0)\} / \partial Q = 0$$

⇒前頁の式をこれに代入すると

$$Q^* = \underline{\hspace{2cm}} \div \underline{\hspace{2cm}} \div \lambda_{\text{あなた}} \\ = \underline{\hspace{2cm}} \text{ (万円)}$$

⇒(発展: 問) 導出の過程で所持金の多寡を考慮したか?

「経営学」資料(中島英喜)

20

4.1 期待効用最大化原理

4.1.7 最適な株式投資額

- ・選択肢が「制約的」なものであれば前頁の方法でOK

⇒前々頁の選択肢($n=2$)のどこが「制約的」なのか?

- (1) 投資対象が_____に限られる
- (2) 投資期間が_____に限られる

⇒より**自由度の高い選択肢**を考えることができる

→これらの選択肢の点数(期待効用)も計算できるはず

→上記(1)に関する拡張・・・**分散投資、ポートフォリオ**

「経営学」資料(中島英喜)

21

4.1 期待効用最大化原理

4.1.8 安全資産

- ・先のケーススタディには**もう一つ制約**があった

⇒自分のリスク回避度「 $\lambda_{\text{あなた}}$ 」の逆算で使った選択肢

・ $n=1$ ・・・不確実なCF(w_1)の「くじ」を購入

・ $n=0$ ・・・確実なCF(w_0)の「**現金**」の保持

⇒CFが確実な選択肢は「現金の保持」だけか?

→経営が安定している銀行の定期預金はどうか?

→現金は利息がつかない ⇔ 定期預金は確実な利息がつく

→「 $n=0$ 」には**定期預金を想定するのが合理的**→**安全資産**

「経営学」資料(中島英喜)

22

4.1 期待効用最大化原理

4.1.8 安全資産

- ・合理的な安全策の点数(効用)は?

⇒ 安全策「 $n=0$ 」…所持金全部(v)を定期預金する

→残る制約…運用期間は所与(たとえば1ヶ月)

→**安全利子率 r_s** …この運用期間を満期とする定期預金利率

⇒ この選択肢の点数(効用)を4.1.5節の式で計算すると

$$\begin{aligned}U_{\text{あなた}}(0) &= 1 \times \{u_{\text{あなた}}(v + r_s \times v)\} \\&= E(v + r_s \times v) - [\lambda_{\text{あなた}} \times \text{var}(v + r_s \times v)] \div 2 \\&= v + r_s \times v \\&\geq 0\end{aligned}$$

「経営学」資料(中島英喜)

23

4.1 期待効用最大化原理

4.1.8 安全資産

- ・**期待効用の基準化**

⇒ 前頁の安全策「 $n=0$ 」の点数(効用)をゼロにしたい

⇒ 4.1.5節の近似式から下記の値を引けばよい

$$U_j(0) = v + r_s \times v$$

⇒ **期待効用関数の再定義**(近似表現(その2)⇔4.1.5節)

→富 v_j を持つ J 氏にとって n 番目の選択肢の期待効用関数

$$\begin{aligned}U_j(n) &= E[u_j(w_n)] - (1 + r_s)v_j \\&\doteq [E(w_n) - (1 + r_s)v_j] - [\lambda_j \times \text{var}(w_n)] \div 2\end{aligned}$$

「経営学」資料(中島英喜)

24

4.1 期待効用最大化原理

4.1.9【再論】最適な株式投資額

- ・安全利子率 $r_s \geq 0$ を考慮

⇒安全策「 $n=0$ 」・・・現金保有 → 安全資産購入(預金)

⇒統計量・・・ギリシャ文字とアルファベットで表す

	平均	標準偏差
TOPIX連動投資信託	μ	σ
預金	r_s	0%

※ 預金の標準偏差がゼロなのは、 r_s が事前に確定しているため

「経営学」資料(中島英喜)

25

4.1 期待効用最大化原理

4.1.9【再論】最適な株式投資額

- ・前頁の投資信託を Q 万円購入して1カ月後に売却する選択肢($n=2$)と、**全額預金の選択肢($n=0$)**を比較

⇒あなたにとって、選択肢 $n=2$ の期待効用は?

$$U_{\text{あなた}}(2) \div E(w_2) - [\lambda_{\text{あなた}} \times \text{var}(w_2)] \div 2$$

$$= \{Q \times (\text{ })\} - \{\lambda_{\text{あなた}} \times (Q \times \text{ })^2 \div 2\}$$

(※ポイント: 未知変数は文字で表す)

⇒あなたにとって、変更後の選択肢 $n=0$ の期待効用は?

$$U_{\text{あなた}}(0) \div \text{ } (\leftarrow 4.1.7 \text{節の問題では } Q \text{であったが} \dots)$$

「経営学」資料(中島英喜)

26

4.1 期待効用最大化原理

4.1.9【再論】最適な株式投資額

・前頁の投資信託の最適購入額(Q^{**})

⇒ 安全策「 $n=0$ 」に対する株式投資「 $n=2$ 」の相対点数

$$U_{あなた}(2) - U_{あなた}(0) \div (\quad) \times Q - \{ \lambda_{あなた} \times \quad \times Q^2 \div 2 \}$$

⇒ 最適性の一階条件(FOC)

$$(\quad) - \{ \lambda_{あなた} \times \quad \times Q \} = 0$$

⇒ この条件を解くと

$$Q^{**} = (\quad) \div \quad \div \lambda_{あなた} \quad (\leftarrow \text{括弧内を} \quad \text{と呼ぶ})$$

「経営学」資料(中島英喜)

27

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.1 ポートフォリオと投資理論

・ポートフォリオとは

⇒ 昔から、保有資金の運用は、複数の資産に**分散投資**するのが賢明と言われてきた(→三分法)

⇒ ポートフォリオとは、投資可能な資産に対する**資金の配分プロフィール**(したがってベクトル)を指す

⇒ 総資産(全財産)に対する**比率**で表すこともある

「経営学」資料(中島英喜)

28

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.1 ポートフォリオと投資理論

- ・資産**運用**・・・ポートフォリオを組成すること
- ・**投資戦略**・・・ポートフォリオの組成ルール
- ・投資理論・・・投資家にとって**最適**な投資戦略, もしくは**実際**の投資戦略を議論する学問領域
 - ⇒**前者**については, 「期待効用最大化原理」が使える
 - ⇒その直接的な成果が**MPT** (Modern Portfolio Theory)
 - ⇒前者と後者の境界で「**行動ファイナンス**」と呼ばれる分野が生まれた

「経営学」資料(中島英喜)

29

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

- ・投資対象が**2つの危険資産**(XとY)と**安全資産**(S)に限られるケースを考える
 - ⇒ XとYのキャッシュ・フローは非負で不確実
 - ⇒ 所持金 v (所与)でこれら3資産の**最適購入**を考える
 - ⇒ **ポートフォリオの最適化**
 $(\pi_X \ \pi_Y \ \pi_S)'$... π_i は資産 i の購入金額
 - ⇒ 4.1.7節のケースとの違いは?
 - (1) _____ 利子率 >0 、 (2) _____ 資産の数 >1

「経営学」資料(中島英喜)

30

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

- ・意思決定(期待効用の最大化)に必要な第3の統計量

⇒ポートフォリオ選択のキーワード

「分散投資によるリスク低減」

- 分散投資により、CFの期待値(第1の統計量)を低下させずに、CFの分散(第2の統計量)だけ減らすことができる
- 第3の統計量である「**相関係数**」が重要な役割を果たす
- 講義HPの「**分散投資のリスク低減効果の練習問題**」

「経営学」資料(中島英喜)

31

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

- ・ポートフォリオ(π_X π_Y π_S)' のキャッシュフローは不確実

⇒この不確実性は π_X と π_Y に依存

$$w = (1+r_X) \pi_X + (1+r_Y) \pi_Y + (1+r_S) \pi_S$$

⇒ w が不確実なのは、資産Xの投資リターン r_X と資産Yの投資リターン r_Y が不確実だから

⇒ r_X と r_Y に関する統計量を知りたい！

「経営学」資料(中島英喜)

32

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

- ・知るべきは2つの危険資産(XとY)の投資リターン (r_X と r_Y)に関する5つの統計量

$$\mu_X = E(r_X)$$

$$\mu_Y = E(r_Y)$$

$$\sigma_X^2 = \text{var}(r_X)$$

$$\sigma_Y^2 = \text{var}(r_Y)$$

$$\rho_{XY} = \text{correl}(r_X, r_Y)$$

「経営学」資料(中島英喜)

33

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

- ・ポートフォリオ(π_X π_Y π_S)の期待効用(※)
(※4.1.8節の再定義を使用)

$$U_j(\pi_X, \pi_Y, \pi_S) = \begin{bmatrix} \pi_X \\ \pi_Y \\ \pi_S \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \mu_X - r_s \\ \mu_Y - r_s \\ r_s - r_s \end{bmatrix} - \frac{\lambda_j}{2} \times \begin{bmatrix} \pi_X \\ \pi_Y \\ \pi_S \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_Y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & \rho_{XY} & 0 \\ \rho_{XY} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_X^2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_Y^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \pi_X \\ \pi_Y \\ \pi_S \end{bmatrix}$$

「経営学」資料(中島英喜)

34

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

・ポートフォリオ $(\pi_X \ \pi_Y \ \pi_S)'$ の期待効用

⇒ 安全資産 S の部分は無視できるので...

$$U_j(\pi) = \begin{bmatrix} \mu_X - r_s \\ \mu_Y - r_s \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \pi_X \\ \pi_Y \end{bmatrix} - \frac{\lambda_j}{2} \times \begin{bmatrix} \pi_X \\ \pi_Y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_X & 0 \\ 0 & \sigma_Y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \rho_{XY} \\ \rho_{XY} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_X & 0 \\ 0 & \sigma_Y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \pi_X \\ \pi_Y \end{bmatrix}$$

「経営学」資料(中島英喜)

35

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

・ポートフォリオ $(\pi_X \ \pi_Y \ \pi_S)'$ の期待効用

⇒ 危険資産ポートフォリオ $\pi = (\pi_X \ \pi_Y)'$ の関数になる

$$U_j(\pi) \doteq [\mu - r_s \mathbf{1}]' \pi - (\lambda_j/2) [\pi' \Sigma \pi]$$

$$\mu = (\mu_X \ \mu_Y)', \ \mathbf{1} = (1 \ 1)', \ \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_X & 0 \\ 0 & \sigma_Y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \rho_{XY} \\ \rho_{XY} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_X & 0 \\ 0 & \sigma_Y \end{bmatrix}$$

⇒ $[\mu - r_s \mathbf{1}]$... リスク・プレミアム、

Σ ... 証券リターンの共分散行列

「経営学」資料(中島英喜)

36

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

・最適性の1階条件

$$\Rightarrow \partial U_j(\pi) / \partial \pi = 0$$

$$\frac{\partial U_j(\pi)}{\partial \pi} = \begin{bmatrix} \mu_x - r_s \\ \mu_y - r_s \end{bmatrix} - \lambda_j \times \left(\begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \rho_{xy} \\ \rho_{xy} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \right) \times \begin{bmatrix} \pi_x \\ \pi_y \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \partial U_j(\pi) / \partial \pi &= [\mu - r_s \mathbf{1}] - [\lambda_j \times \Sigma \pi] \\ &= 0 \end{aligned}$$

「経営学」資料(中島英喜)

37

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.2 二資産・一期間モデルの意思決定

・jさんの最適(危険資産)ポートフォリオ π_j^*

$$\Rightarrow \pi_j^* = (1/\lambda_j) [\Sigma^{-1}] [\mu - r_s \mathbf{1}]$$

$$\pi_j^* = \frac{1}{\lambda_j} \times \left(\begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & \rho_{xy} \\ \rho_{xy} & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \sigma_x & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \right)^{-1} \times \begin{bmatrix} \mu_x - r_s \\ \mu_y - r_s \end{bmatrix}$$

「経営学」資料(中島英喜)

38

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.3 演習

・下記の条件の下で、あなたの最適ポートフォリオを求めなさい

⇒投資対象…2つの危険資産(XとY)と安全資産S

⇒ $E(r_X)=25\%$ 、 $E(r_Y)=15\%$ 、安全利子率 $=5\%$ 、

$\text{var}(r_X)=(10\%)^2$ 、 $\text{var}(r_Y)=(20\%)^2$ 、

$\text{correl}(r_X, r_Y)=-0.5$

⇒あなたの所持金=500万円

⇒あなたのリスク回避度:4.1.6節の逆算値

「経営学」資料(中島英喜)

39

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.3 演習

・あなたの最適(危険資産)ポートフォリオ $\pi_{\text{あなた}}^*$

$$\Rightarrow \pi_{\text{あなた}}^* = (1/\lambda_{\text{あなた}}) [\Sigma^{-1}] [\mu - r_s \mathbf{1}]$$

$$\pi_{\text{あなた}}^* = \frac{1}{\lambda_{\text{あなた}}} \times \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -0.5 \\ -0.5 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \times \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\lambda_{\text{あなた}}} \times \begin{bmatrix} 30 \\ 10 \end{bmatrix}$$

「経営学」資料(中島英喜)

40

4.2 ポートフォリオ選択の理論

4.2.4 分離定理

・前頁の最適(危険資産)ポートフォリオ π_j^*

⇒ 2つの危険資産(XとY)の最適購入比率は、個人の属性(リスク回避度)に依存しない

→ キャッシュフローの不確実性の評価だけで決まる

⇒ **分離定理**…投資の意思決定は2つに分解できる

(1) 危険資産の購入**比率**の選択 → 個人属性と独立

(2) 危険資産の購入**総額**の選択